

TP : Gain moyen à un jeu

Première 6

Dans la ville de Zangra, les habitants jouent très régulièrement à la loterie : un billet coûte 100 zbroufs (la monnaie locale, plus couramment désignée par le symbole Z ; dans la suite tous les prix seront exprimés dans cette monnaie), puis le joueur tire au sort un ticket parmi 10000 qui se répartissent de la manière suivante : les billets numérotés de 1 à 8000 sont des billets perdants (dits de type 1), les billets 8001 à 9000 rapportent 100 Z (les billets de type 2), les billets 9001 à 9750 rapportent 200 Z (les billets de type 3) et le reste rapporte 2100 Z (les billets de type 4).

1 Loi de probabilité de la variable aléatoire

On appelle X la variable aléatoire correspondant au gain du joueur. Par exemple si le joueur tire un billet perdant, son gain est de -100 Z (un billet coûte 100 Z donc le joueur perd ce prix).

1. Quelles sont les valeurs que peut prendre X ?
2. Pour chaque valeur possible de X , déterminer le nombre de billets correspondants.
3. Quelles sont les probabilité que X prenne chacune de ces valeurs ? **Remarque** : on note généralement la probabilité que X prenne la valeur k , $P(X = k)$. On pourra synthétiser les

informations dans un tableau de la forme suivante :

Valeur du gain	0	...
$P(X = \text{"valeur du gain"})$

On dit alors que l'on a déterminé la **loi** de la variable aléatoire X .

2 Espérance de gain

On appelle **espérance** de la variable aléatoire X , la quantité, notée $E(X)$ correspondant à la moyenne des gains, pondérée par la probabilité de gain. Ici,

$$E(X) = -100 \times P(X = -100) + (0) \times P(X = 0) + 100 \times P(X = 100) + 2000 \times P(X = 2000).$$

1. Calculer la valeur numérique de $E(X)$.
2. Quelle est l'unité de $E(X)$?
3. Est il possible d'empocher un gain exactement égal à $E(X)$ en jouant une seule fois ?

3 Simulation numérique, vers la loi des grands nombres

1. A l'aide d'un tableur, réaliser la feuille de calcul au dos.
2. Dans la cellule B2 saisir la formule = ALEA.ENTRE.BORNES(1;10000). Que fait cette formule ?
3. Dans la cellule C2 taper la formule = SI(B17 <= 8000; -100; SI(B17 <= 9000; 0; SI(B17 <= 9750; 100; 2000))). Expliquer ce que fait cette formule. Ce type d'instruction s'appelle une **instruction conditionnelle**.
4. Dans la cellule D2 taper la formule = MOYENNE(C\$2 : C2). A quoi sert le symbole \$?
5. Etendre la plage B2 : D2 en la recopiant vers le bas.
6. Simuler le gain moyen pour 100, 1000, 5000, 10000 participations à la loterie. De quelles valeurs semble se rapprocher le gain moyen ?

	A	B	C	D	
1	Expérience	Type du billet	Gain	Gain moyen	
2		1			
3		2			
4		3			
5		4			
6		5			
7		6			
8		7			
9		8			
10		9			
11		10			
12		11			
13		12			
14		13			
15		14			
16		15			
17		16			
18		17			
19		18			
20		19			