

Première 6 : Devoir surveillé : Second degré, sujet A

Applications directes du cours ($\approx 25\%$ de la note)

Deux équations du second degré

Résoudre les équations suivantes :

1. $x^2 + \sqrt{2}x - 4 = 0$.
2. $7(x - 2)^2 + 4 = 0$.

Autour de la forme canonique

Identifiez les coefficients α, β et γ des formes canoniques des fonctions polynômes du second degré suivantes :

1. $f(x) = (x - 3)^2 + 1$.
2. $g(x) = -2(x + 8)^2 - 3$.

Une question de rentabilité ($\approx 30\%$ de la note)

Une entreprise fabrique x objets par jour. Son bénéfice, exprimé en dizaine d'euros est donné par la fonction $B(x) = -2x^2 + 12x - 10$. Afin d'épargner pour investir plus tard, l'entreprise cherche à avoir un bénéfice supérieur à 30 euros par jour.

1. Justifier que ce qui intéresse l'entreprise est le signe de la fonction $G(x) = -2x^2 + 12x - 7$.
2. Résoudre l'équation $G(x) = 0$.
3. Dresser le tableau de signe de la fonction G sur $[0; 10]$.
4. En déduire les quantités produites pour lesquelles l'activité de l'entreprise lui permet d'épargner au moins autant qu'elle le souhaite.

Ajuster l'offre et la demande ($\approx 45\%$ de la note)

Un restaurateur fait une étude de marché pour fixer le prix de sa formule repas. On considère uniquement des prix compris entre 8 et 22 €. On modélise la demande par une fonction affine du prix : $d(x) = -1,5x + 43$, l'offre est une fonction $o(x) = \frac{-1}{12}x^2 + \frac{13}{3}x - 29$.

1. En utilisant les résultat du cours, montrer que o est croissante sur l'intervalle $[8; 22]$.
2. Si le prix est de 12 €, quelle est l'offre ? quelle est la demande ? Comparer les deux nombres et commenter ce résultat d'un point de vue commercial.
3. Même question si le prix est de 22 €.
4. Un prix tel que $o(x) = d(x)$ est appelé un prix d'équilibre. Déterminer de tels prix dans l'intervalle $[8; 22]$.
5. Déterminer les valeurs tels que $o(x) \geq d(x)$.