

1 Loterie (4 points)

Pour une loterie, on vend 1000 billets à 1 euro l'unité. Un des billets rapporte un lot à 400 euros, deux autres des lots à 100 euros et dix rapportent des lots 10 euros. Un joueur achète un billet de cette loterie. On note X son gain (la différence entre la valeur du lot obtenue et le prix qu'il a payé).

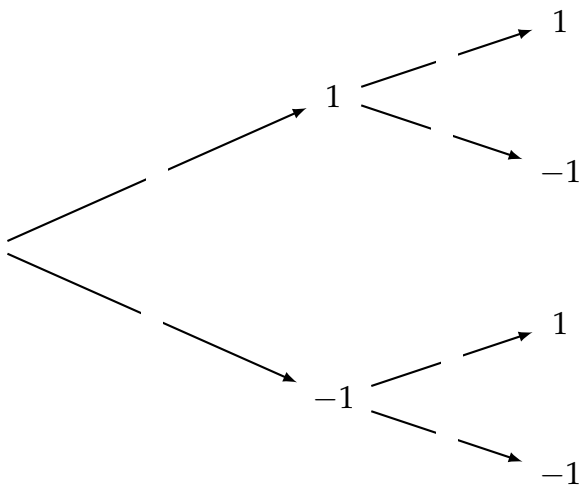
1. Quelle est la loi de X ?
2. Quelle est l'espérance de X ?
3. Le jeu est-il favorable au joueur ?
4. Dans un élan de bonté, l'organisateur de la loterie souhaite que le jeu soit équitable. Pour cela elle souhaite changer le lot à 400 euros par un lot à x euros. Quelle doit être la valeur de x ? Indiquer votre démarche.

2 Tirages répétés (5 points)

On considère une urne contenant 11 jetons, 6 sur lequel est inscrit le nombre 1 et 5 sur lequel est inscrit le nombre -1 .

On effectue deux tirages **avec** remise.

1. Sur votre copie, **recopier et compléter** l'arbre de probabilités ci-dessous :



2. Soit X la variable aléatoire donnant la somme des deux nombres inscrits sur les jetons. Quelle est la loi de X ? Son espérance ?
3. Soit Y la variable aléatoire donnant le produit des deux nombres inscrits sur les jetons. Quelle est la loi de Y ? Son espérance ?

3 Dans le mille (5 points)

Au biathlon, l'athlète doit, après une phase de ski de fond, tirer dans une cible à cinq reprises. Chaque tir peut être soit "réussi" (ce que l'on note R) ou manqué (ce que l'on note M). On considère que notre athlète, appelons le Martin, a une probabilité de réussir son tir de 0,95.

1. Quel est la probabilité que Martin fasse un tir manqué ? Justifier.
2. On s'intéresse aux résultats des trois premiers tirs de Martin. Dresser un arbre de probabilité modélisant la situation (en marquant soigneusement les probabilités à chaque embranchement).
3. Quelle est la probabilité que Martin manque trois fois la cible ? qu'il réussisse trois fois son tir ?
4. Déterminer la loi de la variable aléatoire donnant le nombre de tirs réussis par Martin.
5. Quelle est, arrondie au centième l'espérance du nombre de tirs réussis par Martin ?

4 Le chevalier de Méré (6 points)

Antoine Gombaud, chevalier de Méré (1607-1694) était un penseur, ami de Blaise Pascal avait fait le pari suivant avec ses amis : "Si je lance deux dés à six faces vingt quatre fois, je vais obtenir au moins une fois un double-six". Après avoir fait ce pari avec de nombreuses personnes, le chevalier avait perdu plus souvent qu'il n'avait gagné. Essayons d'expliquer pourquoi.

1. On note A l'événement "On obtient un double six en lançant deux dés". En utilisant au choix un tableau comme dans le cours, ou un arbre, vérifier que $p(A) = \frac{1}{36}$.
2. Quelle est la probabilité de l'événement contraire de A , que l'on note \bar{A} ?
3. On appelle B l'événement "on obtient au moins un double-six en lançant 24 fois les deux dés". Quel est, en français, l'événement contraire \bar{B} ?
4. Imaginez avoir complété l'arbre de probabilité ci-dessous avec 24 niveaux d'embranchements, chacun correspondant à un lancer. Calculez la probabilité "on n'obtient pas de double six en 24 lancers".

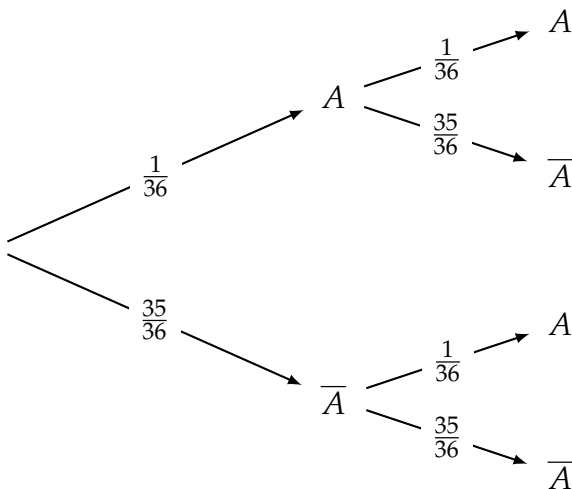


FIGURE 1 – Représentation du début de l'arbre de probabilités du chevalier de Méré.

5. En déduire la probabilité de l'événement "Obtenir au moins un double six en 24 lancers".
6. Expliquez pourquoi le chevalier a perdu plus souvent qu'il n'a gagné.