

Première 6 : Devoir maison : Second degré

Fondamentaux du chapitre

A) Résoudre les équations du second degré suivantes :

1. $3x^2 + 5x = 7$.
2. $-2(x - 4)^2 + 8 = 0$.

B) Etudier le signe des fonctions polynômes du second degré suivantes :

1. $-x^2 + 2x - 24$.
2. $t^2 + 1,5t - 1,6$.

Ajuster l'offre et la demande

Un restaurateur fait une étude de marché pour fixer le prix de sa formule repas. On considère uniquement des prix compris entre 8 et 22 €. On modélise la demande par une fonction affine du prix : $d(x) = -1,5x + 43$, l'offre est une fonction $o(x) = \frac{-1}{12}x^2 + \frac{13}{3}x - 29$.

1. En utilisant les résultats du cours, montrer que o est croissante sur l'intervalle $[8; 22]$.
2. Si le prix est de 12 €, quelle est l'offre ? quelle est la demande ? Comparer les deux nombres et commenter ce résultat d'un point de vue commercial.
3. Même question si le prix est de 22 €.
4. Un prix tel que $o(x) = d(x)$ est appelé un prix d'équilibre. Déterminer de tels prix dans l'intervalle $[8; 22]$.
5. Déterminer les valeurs tels que $o(x) \geq d(x)$.

Maximiser son profit

Un gérant de station essence vend chaque jour 8000 litres d'essence à 1,42 € le litre. Le bénéfice par litre est de 0,02 €. On remarque que lorsque l'on baisse le prix d'un centime d'euro, 200 litres de plus sont vendus et que lorsque l'on augmente le prix d'un centime, 200 litres de moins sont vendus.

Partant de ce constat, le gérant (qui est un individu très rationnel) veut ajuster le prix de vente de sorte à maximiser son profit.

1. Quel est le bénéfice total réalisé par la station essence lorsque le prix est à 1,42 € par litre ?
2. Considérons une variation de x millièmes € (notez que x est positif pour une hausse, négatif pour une baisse). Le nouveau prix de vente au litre est alors de $1,42 + 0,001x$ €. A partir des informations de l'énoncé, quel est le volume d'essence vendu en fonction de x ?
3. Quel est le bénéfice par litre en fonction de x ? Exprimer le nouveau bénéfice total en fonction de x .
4. Dans quel intervalle doit se situer x pour que le bénéfice soit positif ?
5. Déterminer le prix permettant de réaliser le maximum de bénéfice et donner la valeur de ce bénéfice maximal.