Devoir maison : le nombre dérivé

Première 6

1 Calcul de nombre dérivé

g est la fonction définie sur $]2;+\infty[$ par $g(x) = \frac{1}{x-2}$.

1. (a) Tout d'abord, on calcule $g(3) = 1$. Soit $h \neq 0$ tel que $3+h$ appartienne à $]2;+\infty[$, on calcule $g(3+h) = \frac{1}{3+h-2} = \frac{1}{1+h}$.
   Ainsi, $\frac{g(3+h)-g(3)}{h} = \frac{\frac{1}{1+h}-1}{h} = \frac{\frac{1-(1+h)}{1+h}}{h} = \frac{\frac{-h}{1+h}}{h} = \frac{-h}{1+h} \times \frac{1}{h} = \frac{-1}{1+h}$.
   (b) Maintenant que les h se sont simplifiés, on remplace h par 0 et on a
   $$g'(3) = -1.$$
2. Soit $f(x) = 2x^2 - 3x + 2$. On calcule $f(4) = 2(4)^2 - 3 \times 4 + 2 = 22$. Soit $h \neq 0$, alors $f(4+h) = 2(4+h)^2 - 3(4+h) + 2 = 2(16 + h^2 + 8h) - (12 + 3h) + 2 = 32 + 2h^2 + 16h - 12 - 3h + 2 = 22 + 2h^2 + 13h$.
   On en déduit $\frac{f(4+h)-f(4)}{h} = \frac{2h^2+13h+22-22}{h} = \frac{2h^2+13h}{h} = 2h + 13$. On trouve alors $f'(4) = 13$.

2 Tracer une courbe connaissant ses tangentes

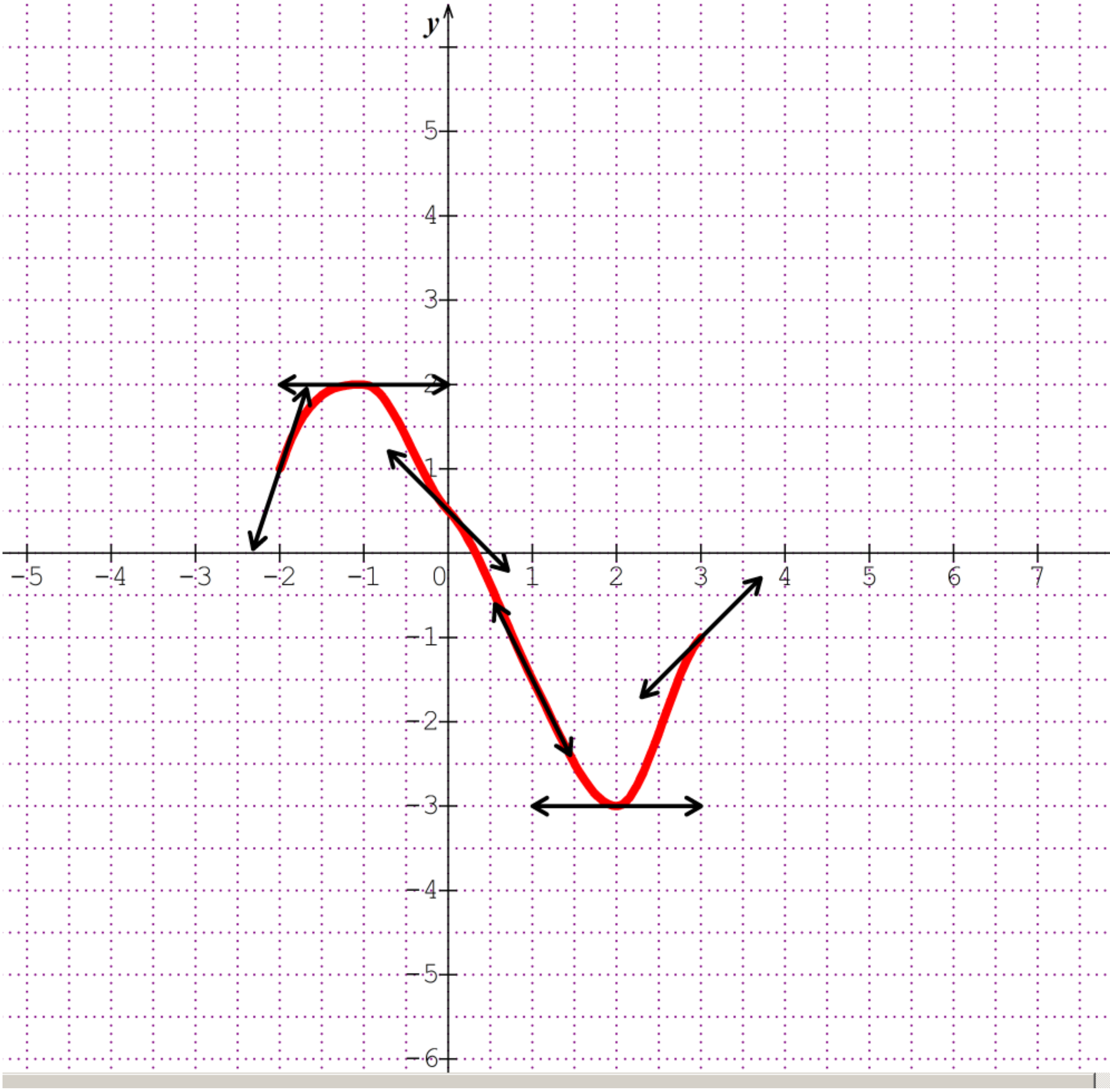
On donne les renseignements suivants sur la fonction f.

x	-2		-1		2		3
f	1	$\nearrow$	2	$\searrow$	-3	$\nearrow$	-1

x	-2	0	1
$f(x)$	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{-3}{2}$
$f'(x)$	3	-1	-2

On sait de plus que les tangentes à la courbe de f au point d'abscisse -1 et au point d'abscisse 2 sont horizontales.

1. Les tangentes aux points d'abscisse -1 et 2 sont horizontales. Elles ont donc un coefficient directeur nul. Ainsi $f'(-1) = 0$ et $f'(2) = 0$.

2. 

3 Equations de tangentes

1. Par lecture graphique, on trouve $f'(0) = -2$, $f'(4) = -\frac{1}{4}$, $f'(8) = 2$, $f'(10) = -2$.
2. De plus $f(0) = 4$, $f(4) = 0$, $f(8) = 3$, $f(10) = 3$. On en déduit alors les équations des tangentes :

Abscisse	Equation de la tangente
0	$y = -2x + 4.$
4	$y = \frac{-1}{4}x + 1.$
8	$y = 2(x-8) + 3 = 2x - 16 + 3 = 2x - 13.$
10	$y = -2(x-10) + 3 = -2x + 23.$