

Devoir maison : autour des fonctions de référence.

A partir d'un tableau de variation

On considère une fonction f dont le tableau de variation est donné ci-dessous :

x	-5	-4	0	5	7
f	-6	-2	-4	7	0

1. Quel est le domaine de définition de f ?
2. Quel est l'image de 0 ?
3. Donner un intervalle sur lequel f est strictement décroissante.
4. Quel est la valeur du maximum de f sur $[-4; 10]$? Pour quelle(s) valeur(s) de x est il atteint ?
5. Comparer lorsque cela est possible :
 - (a) $f(2)$ et $f(3)$,
 - (b) $f(-4)$ et $f(-4,5)$,
 - (c) $f(3)$ et $f(6)$,
 - (d) $f(-4,5)$ et $f(7)$.
6. Sur une feuille à part, tracer une représentation graphique possible pour la fonction f .

Un exercice type Bac

Vocabulaire : Le coût de fabrication de x objets définit une fonction notée généralement $C(x)$. La recette de la vente de ces mêmes x objets se note souvent $R(x)$. La différence $R(x) - C(x)$ s'appelle le **résultat net**. Un résultat net positif s'appelle un **bénéfice** et un résultat net négatif un **déficit**.

Un atelier de lutherie fabrique des contrebasses. Le coût de production mensuel, exprimé en dizaines de milliers d'euros est donné par la fonction C définie sur l'intervalle $[0; 40]$ par :

$$C(x) = 0,001x^3 - 0,03x^2 + 0,3x.$$

Un cas particulier.

1. Sachant que les instruments sont vendus 3000 euros la pièce, justifier que la recette est donnée en dizaines de milliers d'euros par $R(x) = 0,3x$.
2. Montrer que la différence $R(x) - C(x)$ peut se factoriser en $-x^2(0,001x - 0,03)$.
3. Étudier le signe de chacun des facteurs de cette forme factorisée.
4. En déduire le signe de $f(x) = R(x) - C(x)$. A quelle quantité économique $f(x)$ correspond elle ?
5. Quel est le nombre maximal de contrebasses que l'atelier peut construire sans être déficitaire ?
6. A l'aide de votre calculatrice représentez la courbe représentative de la fonction f . Vérifiez votre précédent résultat. Vous prendrez une fenêtre en X allant de 0 à 45 et en Y de -1 à 10 (des rappels sur la calculatrice sont en deuxième de couverture de votre manuel).

Le cas général, résolution graphique.

1. On note a le prix de vente unitaire en dizaine de milliers d'euros de la contrebasse, la recette est alors $R_a(x) = ax$. Quelle est l'expression de la différence $f_a(x) = R_a(x) - C(x)$? On remarque que le cas $a = 0,3$ a déjà été précédemment traité.
2. Pour différentes valeurs de a , toutes supérieures à 0,3 et inférieures à 1 représentez sur votre calculatrice la courbe représentative de la fonction f_a .
3. Donnez deux valeurs de a pour lesquelles l'entreprise est déficitaire lorsqu'elle produit 40 contrebasses et deux valeurs pour lesquelles elle est bénéficiaire.